

**UE AVAG : Partie II, Analyse  
Géométrie**

Diaraf SECK et Idrissa LY

Département de Mathématiques de la  
Décision,

Faculté des Sciences Economiques et de  
Gestion,

Université Cheikh Anta Diop de Dakar

*email : diaraf.seck@ucad.edu.sn et  
dseck@ucad.sn ; idrissa.ly@ucad.edu.sn*

17 novembre 2013

# Table des matières

|          |   |          |
|----------|---|----------|
| <b>1</b> | <b>Introduction à la théorie des EDP et des points critiques</b>                  | <b>2</b> |
| <b>2</b> | <b>Introduction à l'optimisation de forme</b>                                     | <b>3</b> |
| 2.1      | Motivations : . . . . .   | 3        |
| 2.2      | Exemples : . . . . .  | 3        |
| 2.3      | Choix de topologie, existence et non existence . . . . .                          | 4        |
| <b>3</b> | <b>Résultats d'existence en optimisation de forme</b>                             | <b>5</b> |
| 3.1      | Résultats de Continuité et de Compacité . . . . .                                 | 5        |
| 3.2      | Minimisation de fonctionnelle : Existence de forme géométrique optimale . . . . . | 5        |
| <b>4</b> | <b>Conditions d'optimalité et caractrisation de formes géométriques</b>           | <b>6</b> |
| 4.1      | Dérivation par rapport à un domaine : . . . . .                                   | 6        |
| 4.2      | Conditions suffisantes : . . . . .  | 6        |
| 4.3      | Symétrie des domaines . . . . .   | 6        |
| <b>5</b> | <b>Références bibliographiques</b>  | <b>7</b> |

# Chapitre 1

## Introduction à la théorie des EDP et des points critiques

---

# Chapitre 2

## Introduction à l'optimisation de forme

---

### 2.1 Motivations :

L'objectif de cours est de d'optimiser une action dépendant d'une forme géométrique, topologique d'un ensemble sur une structure. La caractrisation de la forme géométrique lorsqu'elle existe est une étape fondamentale. Nous étudierons des cas dont celui des ouverts bornés de  $\mathbb{R}^N$ . Nous allons préciser dans toutes les études, la structure considérée mais celle qui attirera plus notre attention dans ce cours contient des contraintes décrites par des équations aux dérivées partielles.

### 2.2 Exemples :

Surface minimale : Problème de Plateau, Inégalité isoprimétrique, Isolations thermique, acoustique, Problèmes des capillaires, Un problème de mécanique des fluides : profil d'un objet (aile d'un avion etc.), Problèmes de transport de masse et d'irrigation de Dirichlet

## **2.3 Choix de topologie, existence et non existence**

# Chapitre 3

## Résultats d'existence en optimisation de forme

---

- 3.1 Résultats de Continuité et de Compacité
- 3.2 Minimisation de fonctionnelle : Existence de forme géométrique optimale

# Chapitre 4

## Conditions d'optimalité et caractrisation de formes géométriques

---

4.1 Dérivation par rapport à un domaine :

4.2 Conditions suffisantes :

4.3 Symétrie des domaines

4.4 Références bibliographiques

A. HENROT et M. PIERRE Variation et optimisation de formes : Une analyse geometrique, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2005

G . ALLAIRE, Shape optimization by the homogenization method. Applied Ma- thematical Sciences, 146, Springer-Verlag, New York, 2002.

H . A TTOUCH, V ariational convergence for functions a n d operators. Applicable Math, series. Pitman, London, 1984.

C . BANDLE, Isoperimetric inequalities and applications. Pitman, Lon- don 1980.

M . BENDSOE, Methods for optimization of structural topology, shape and material. Springer Verlag (1995).

M. BERGER, B . GOSTIAUX, Differential geometry : manifolds, curves and surfaces. Graduate Texts in Mathematics 115, Springer-Verlag, 1988.

D . BUCUR and G . BUTT AZZO, Variational methods in some problems, Appunti dei Corsi Tenuti da Docenti della Scuola, Scuola Normale Superiore, Pisa, 2002 and Birkhauser Progress in Nonlinear Differential Equations and Their Applications 2005.

G. DAL MASO, An introduction to  $\Gamma$ -convergence, Birkhauser, Boston, 1993.

M. DELFOUR, J . P . ZOLESIO, Shapes and geometries. Analysis, Differential Calculus, and Optimization, Advances in Design and Control SIAM, Philadelphia, PA, 2001.

E . GiUSTT, Minimal Surfaces and Functions of Bounded Variations, Monograph in Math., Birkhauser vol. 80, 1984.

P . GRISVARD, Elliptic problems in nonsmooth domains. Monographs and Studies in Mathematics, 24. Pitman, Boston, MA, 1985.

O. KAVIAN, Introduction a la theorie des points critiques, Mathematiques et Applications, vol. 13, Springer, 1993.

B. KAWOHL, Rearrangements and convexity of level sets in p.d.e.. Springer Lecture Notes in Maths, 1150, 1985

E. LAPORTE, P . L E TALLEC, Numerical methods in sensitivity analysis and shape optimization, Birkhauser, 2003.

O. PiRONNEAU, Optimal shape design for elliptic systems. Springer Series in Computational Physics, Springer, New York 1984.

J. SOKOLOWSKI, J. P. ZOLESIO, Introduction to Shape Optimization Shape Sensitivity Analysis, Springer Series in Computational Mathematics, Vol. 16, Springer, Berlin 1992.

J. SIMON, Differentiation with respect to the domain in boundary value problems. Num. Funct. Anal. Optimiz., 2 (1980), 649-687.

F. MURAT, J. SIMON, Quelques resultats sur le controle par un domaine geometrique, Publ. du labo. d'Anal. Num., Paris VI, (1974), 1-46.

F . MURAT, J. SIMON, Sur le controle par un domaine geometrique., du Laboratoire d'Analyse Numerique de l' Universite Paris 6, 189, 1976.

Antoine HENROT : Extremum Problems for Eigenvalues of Ellitic Operators : ed Birkhauser 2006

G. DAVID, Singular Sets of Minimizers for the Mumford-Shah Functional, 2005 Birkhauser Verlag



- C. VILLANI : Cours de Théorie de la mesure  
C. VILLANI. Optimal transport, old and new. December 22, 2006. Springer. Berlin Heidelberg NewYork. HongKong London. Milan Paris Tokyo
- Walter RUDIN : Analyse réelle et complexe : ,  
H.L. ROYDEN, Real Analysis  
R.F. GARIEPY and W.P. ZIEMER : Modern Real Analysis :  
Laurent SCHWARTZ, Théorie des Distributions : ed Herman  
R. ADAMS, Sobolev Spaces : 1975  
H. BREZIS, Analyse fonctionnelle et Applications : ed Masson ou Dunod,  
H. BREZIS, Functional Analysis, Sobolev spaces and PDE, Universitext. Springer New York 2011. 43
- W.P. ZIEMER : Weakly differentiable functions , Springer  
D. GILBARG, N. S. TRUDINGER Elliptic PDE of second order, Springer  
O. KAVIAN Introduction à la théorie des points critique et applications aux EDP elliptiques, ed SMAI ellipses  
A. AMBROSETTI, A. MALCHIODI : Non linear analysis and semi linear elliptic problems, Cambridge studies in advanced mathematics, 104  
L.C. EVANS. *Partial differential equations* Volume 19, A.M.S. 2002